2023 年度湖北省自然科学奖提名公示信息

|  |  |
| --- | --- |
| 项目名称 | 分形集的解析性质和拓扑分类 |
| 提名单位 | 华中师范大学 |
| 提名意见 | 美国科学院院士曼德勃罗特(Mandelbrot)在20世纪70年代创立了分形几何，它一经问世就备受世人关注。它不仅在理论上发展迅速，而且在自然科学的各个学科有着重要应用。随着研究的更加深入, 分形研究从维数计算逐渐转向分形集和分形测度更为精细的结构, 其中包括分形集的解析性质和拓扑分类。项目组在这两方面中作出了基础性的贡献。该项目中代表作[1]讨论自相似集L^q谱的可微性，它首次讨论不等压缩比且具有重叠结构自相似集的L^q谱；代表作[2-5]讨论分形集（包括自仿集和自相似集）的拓扑分类，包括球同胚、维数计算和Lipschitz等价等问题，其中代表作[2]给出一类与球同胚的非平凡3维自仿tile，代表作[3,5]利用Moran集给出几类分形集的维数计算公式，代表作[4]刻画了自相似集的Lipschitz等价性。代表作所提出的研究思路、研究方法和研究技巧已成为研究分形集解析性质和拓扑分类的核心手段之一，已逐渐得到同行的广泛关注和认可，其贡献是本质性的，它们发表在如下国际知名杂志也被之引用Adv. Math.、Trans. Amer. Math. Soc.。鉴于项目组的研究工作，我们提名该项目参评2023年湖北省自然科学奖。 |
| 项目简介 | 分形几何是上世纪70年代诞生的新兴交叉学科，它不仅在理论上发展迅速，而且在自然科学的各个学科有着重要应用。分形研究的核心内容是测度和维数，而随着研究的深入与发展，现在的研究热点也包含刻画分形集和分形测度更为精细的结构，这包括分形集的解析性质及拓扑分类等方面。分形集的测度与维数一直是人们关注的热点，人们对之研究热情长盛不衰。但想要全面刻画更复杂的事物，往往需要使用多个维数，这就诞生了重分形和重分形谱概念。重分形谱理论在物理和数学多个领域有着广泛应用，当待研究分形测度满足重分形机理时, 计算重分形谱就转化为计算相应测度的𝐿^𝑞谱。但对于一般Borel概率测度，判断它是否满足重分形机理是很复杂也是非常重要的事情，这是重分形理论的最基本问题之一。本项目研究的测度（代表作[1]）为压缩比不同的自相似测度，其支撑在具有重叠结构的自相似集上，我们利用无穷图递归系统得到了该分形测度L^q谱的可微性。本项目在这方面研究的主要创新点（它也是核心贡献）为将有限重叠图递归结构转换为无穷分离图递归结构，已经有多篇文章沿用此思想进行研究。本项目另一个中心主题是研究分形集的拓扑分类，包括球同胚、维数和Lipschitz等价。自仿tile是一类重要的自仿集，已有丰硕的研究成果和广泛应用，其基本理论由Kenyon、Lagarias和汪扬在20世纪90年代建立的。但自仿tile的拓扑分类研究依然是国内外关注的热点。鉴于亚历山大有角球的存在，在三维空间中，我们很难判定一个自仿tile是否同胚于球。本项目（代表作[2]）利用基数展式来研究自仿tile的各个分片间的拓扑关系，借此重组自仿tile，然后通过割补技巧，直接构造出了同胚映射，进而确立了一类与球同胚的三维非平凡自仿tile。分形维数也是拓扑分类的一种重要准则，代表作[3]研究了一类Weierstrass型函数（Takagi函数），考虑其图像水平集的分形维数。Weierstrass型函数是一类经典的分形函数，它处处联系处处不可微，其图像和图像水平集的分形维数一直是人们的关注热点。本项目利用符号空间上Moran集，给出Takagi函数图像水平集的分形维数明晰计算公式，也为研究Weierstrass型函数图像的分形维数注入了新的思想和方法。Moran集是一类重要的分形集，其应用广泛，但一般局限于一维直线，高维情形的成果很少。代表作[5]在平面上讨论Moran集的维数，给出了维数精细计算表达式。关于Lipschitz等价，我们（代表作[4]）使用重排技术确定了Cantor集间的Lispchitz等价性。这里使用的思想和技巧已经得到同行们的广泛应用，他们的结果发表在Journal de Mathématiques Pures et Appliquées、Advances in Mathematics、Journal of the London Mathematical Society等国际知名期刊上。 |
| 主要完成人（完成单位） | 邓国泰，刘春苔，李海雄，何兴纲华中师范大学, 武汉轻工大学, 湖北第二师范学院 |
| 代表性论文（专著）目录 |
| 序号 | 论文（专著）名称/刊名/作者 | 年卷页码 | 发表时间（ 年 月 日） | 通讯作者（含共同） | 第一作者（含共同） | 国内作者 | 他引总次数 | 检索数据库 | 论文署名单位是否包含国外单位 |
| 1 | Differentiability of Lq-spectrum and multifractal decomposition by using infinite graph-directed IFSs/Advances in Mathmatics/Deng Guotai; Ngai Sze-man | 2017, 311: 190-237 | 2017-04-01 | Ngai Sze-main | Deng Guotai | Deng Guotai | 4 | Web ofScience | 是 |
| 2 | Topological properties of a class of self-affine tiles in R^3/Transactions of the American Mathematical Society/Deng Guotai; Liu Chuntai; Ngai Sze-man | 2018, 370(2): 1321-1350 | 2018-03-01 | Ngai Sze-main | Deng Guotai | Deng Guotai; Liu Chuntai | 4 | Web ofScience | 是 |
| 3 | Hausdorff dimension of local level sets of Takagi’s function/Monatshefte für Mathematik/Liu Chuntai, Li Haixiong | 2015, 177, 101–117 | 2015-10-01 | Liu Chuntai | Liu Chuntai | Liu Chuntai, Li Haixiong | 2 | Web ofScience | 否 |
| 4 | Lipschitz equivalence of fractal sets in R. /Science China Mathematics(中国科学) /Deng Guotai; He Xinggang | 2012, 55(10): 2095-2107 | 2012-10-15 | He Xinggang | Deng Guotai | Deng Guo tai; He Xinggang | 11 | Web ofScience | 否 |
| 5 | Dimensional results for Car-tesian products of Homogeneous Moran sets. /Acta Mathematicae Appli-catae Sinica, English Series (应用数学学报) /Cao Li; He Xing-Gang | 2012, 28: 673-680. | 2012-08-15 | He Xinggang | Cao Li | He Xinggang; Cao Li | 1 | Web ofScience | 否 |